

КОПБАЛИНА САЛТАНАТ СЕРИКОВНА

РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ВЫРОЖДАЮЩЕЙСЯ ВОРОНКООБРАЗНОЙ ОБЛАСТИ

АННОТАЦИЯ

**диссертации на соискание степени доктора философии (PhD) по
образовательной программе 8D05401-Математика**

Актуальность темы. В последнее время, в связи с интенсивным развитием современной контактной техники и высокой скоростью работы электрических аппаратов, всё более актуальной становится задача надёжного измерения температурного поля контактной системы. Точность таких измерений необходима для обеспечения стабильной работы устройств и предотвращения перегрева элементов.

Одновременно с этим, постоянное расширение масштабов применения контактной техники ставит перед исследователями задачу оптимального выбора параметров контактных материалов и режимов их эксплуатации. Именно поэтому изучение теплофизических процессов, происходящих в электрических контактах, приобретает особое значение в таких областях, как автоматика, приборостроение, сварочная техника, электрооборудование и другие устройства, где контактные элементы играют ключевую роль.

Однако для полноценного понимания этих процессов важно учитывать не только статическое распределение температуры, но и динамику её изменения во времени. При исследовании температурного поля высокоточных контактов необходимо принимать во внимание изменение размеров контактной площадки, вызванное воздействием электродинамических сил и плавлением материала при высоких температурах.

Особенно значимым становится момент разъединения электродов: контактная поверхность нагревается до температуры плавления, и между электродами формируется жидкометаллический мостик. В процессе дальнейшего разъединения этот мостик разделяется, что приводит к переносу части контактного материала от одного электрода к другому. Такое явление, известное как мостиковая эрозия, способно нарушить нормальную работу электрических приборов и снижает их надёжность.

Моделируя теплофизические свойства такого моста, С.Н. Харин пришел к краевой задаче, в которой в начальный момент замыкания контакта область решения отсутствует. С математической точки зрения особенность рассматриваемой задачи состоит именно в наличии подвижной границы и вырождении области решения в начальный момент времени. Эти особенности, рассмотренные в некоторых результатах исследования С.Н. Харина, повлияли на интегральное уравнение краевой задачи, и оказалось, что последовательность аппроксимаций Пикара интегрального уравнения расходится.

Как с практической, так и с теоретической точки зрения, краевые задачи теплопроводности в областях, вырождающихся в начальный момент времени, представляют особый интерес, поскольку классические методы математической физики к задачам такого типа неприменимы. Это связано с тем, что невозможно согласовать решение уравнения теплопроводности с движением границы области теплопереноса. Для решения тепловых задач такого типа необходимо использовать обобщённые тепловые потенциалы и приводить исходную краевую задачу к сингулярному интегральному уравнению типа Вольтерра.

Поэтому исследование краевых задач в областях, вырождающихся в начальный момент времени, представляет собой актуальную научную задачу, и в диссертационной работе исследованы новые краевые задачи для уравнений теплопроводности в вырождающихся областях с подвижными граничными условиями. С математической точки зрения специфика рассматриваемых задач заключается в следующем: во-первых, граница области, в которой ищется решение, является подвижной; во-вторых, в начальный момент времени контакты находятся в замкнутом состоянии, и область решения задачи вырождается в точку. Особенности рассматриваемых задач приводят к необходимости исследования вопросов разрешимости сингулярных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода.

Цель работы. Основная цель исследования – вопросы разрешимости краевых задач для уравнений теплопроводности с подвижными граничными условиями в областях, вырождающихся в начальный момент времени, а также исследование решений сингулярных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода.

Задачи исследования:

- постановка новой краевой задачи с подвижными граничными условиями для решения двумерной параболической задачи в области, вырождающейся в начальный момент времени;
- описание заданных функций и пространства решений рассматриваемых задач;
- преобразование исходных задач;
- приведение краевых задач к сингулярному интегральному уравнению типа Вольтерра;
- построение и решение характеристических интегральных уравнений;
- проведение оценки и исследования резольвенты и ядра;
- решение исходных интегральных уравнений с помощью метода эквивалентной регуляризации;
- решение исходных краевых задач.

Методы исследования. В работе используются методы общей теории уравнений в частных производных, общей теории дифференциальных уравнений и функционального анализа, а также методы интегральных преобразований Лапласа и Фурье, специальные функции и функции комплексного переменного.

Научная новизна. В работе предложены постановка новых краевых задач с подвижными граничными условиями для решения двумерной параболической задачи в областях, вырождающихся в начальный момент времени, и исследованы пути их решения.

Теоретическая и практическая значимость исследования. Полученные в работе результаты имеют теоретический характер и вносят существенный вклад в развитие теории краевых задач для параболических уравнений в областях с подвижными во времени границами, а также занимают важное место в теории интегральных уравнений типа Вольтерра. Результаты исследования могут быть использованы при преподавании специальных курсов по математике в высших учебных заведениях.

Основные результаты, выносимые на защиту:

1. решение новых краевых задач с граничными условиями для уравнений теплопроводности в областях с подвижными границами, вырождающихся в начальный момент времени;
2. преобразование задач к сингулярным интегральным уравнениям типа Вольтерра;
3. построение характеристических интегральных уравнений;
4. построение резольвенты и оценка ядра;
5. решение исходных интегральных уравнений методом эквивалентной регуляризации;
6. теоремы о разрешимости заданных краевых задач.

Достоверность и обоснованность результатов. Конструктивность используемых в работе методов обеспечивает достоверность и обоснованность проведённого исследования. Общие положения сформулированы в виде теорем, для которых приведены соответствующие доказательства.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 10 научных трудах, среди которых 3 статьи в журналах, входящих в базы данных Web of Science Core Collection и Scopus, и 7 тезисов в материалах международных научных конференций.

Апробация работы. Основные результаты диссертационного исследования были представлены и обсуждены на следующих конференциях и семинарах:

- Международная научно-практическая конференция «Тенденции развития современной математики и преподавание её в условиях цифровизации образования» (27-28 апреля 2023г., Университет Дружбы народов имени академика А. Куатбекова, г. Шымкент, Республика Казахстан);
- Международная научно-практическая конференция, посвящённая 100-летию со дня рождения члена-корреспондента Академии наук Казахстана, д.ф.-м.н., профессора Т.И. Аманова «Анализ, дифференциальные уравнения и их приложения» (22-23 июня 2023г., Казахстанский филиал МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Астана, Республика Казахстан);
- VII Всемирный конгресс тюркских математиков (20-23 сентября 2023г., г. Туркестан, Республика Казахстан);

- VII Международная научная конференция «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» (4-8 декабря 2023г., Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН, г. Нальчик, Российская Федерация);

- Традиционная международная апрельская конференция (16-19 апреля 2024г., Институт математики и математического моделирования КН МНВО РК, г. Алматы, Республика Казахстан);

- XI Международная конференция «Modern problems of mathematics and mechanics», посвящённая памяти азербайджанского учёного и мыслителя Насиреддина Туси (3-6 июля 2024г., г. Баку, Азербайджан);

- Международная научная конференция «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» (24-26 октября 2024г., Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, г. Ташкент, Республика Узбекистан);

- Семинар Института прикладной математики Карагандинского национального исследовательского университета имени академика Е.А. Букетова.

Вклад докторанта в подготовку каждой публикации. В 10 работах, выполненных совместно с научными руководителями и соавторами, научные руководители произвели постановку задачи, а докторант самостоятельно сформулировал основные и дополнительные результаты и представил их доказательства.

Структура и объём диссертации. Диссертационная работа объёмом 91 страницы состоит из следующих структурных элементов: введение, два раздела, заключение и список использованных источников. Нумерация математических положений (теорем, лемм, замечаний) и формул трёхзначная: первая цифра обозначает номер главы, вторая - номер раздела, третья - порядковый номер соответствующего математического положения или формулы.

Количество использованных источников - 83.

Ключевые слова. Краевая задача теплопроводности, подвижная граница, область, сингулярное интегральное уравнение Вольтерра, интегральные преобразования, метод регуляризации Карлемана–Векуа.